MINISTERIET FOR BØRN OG UNDERVISNING
KVALITETS- OG TILSYNSSTYRELSEN

Matematik

Terminsprøve 3x MA – Greve Gymnasium

A-niveau

Torsdag den 12. december 2024

Kl. 9.00-14.00

Opgavesættet er delt op i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 3 timer med alle hjælpemidler

Delprøve 1 består af opgave 1-9.

Delprøve 2 består af opgave 10-15.

Pointtallet af angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 250 point.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1

Kl. 09.00 – 11.00

Opgave 1 En harmonisk svingning f er givet ved forskriften

$$f(x) = 7 \cdot \sin(x + 3).$$

Grøn

a) Bestem amplituden A og perioden T.

Opgave 2 En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = \mathrm{e}^x + 6x - 9.$$

Grøn

a) Bestem samtlige stamfunktioner til f.

Opgave 3 Lad en vektorfunktion være givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^4 - 2 \\ \ln(t) + 3 \end{pmatrix}.$$

Grøn

a) Bestem $\vec{s}(1)$, og forklar, hvad dette betyder grafisk.

Opgave 4 Når en bestemt type bærbare computere bruges til gaming, kan batteritiden (målt i minutter) beskrives ved en normalfordelt stokastisk variabel X med middelværdi $\mu = 163$ og spredning $\sigma = 17$.

Billedkilde: batteriesplus

a) Afgør, om en batteritid på 200 minutter er et exceptionelt udfald.

b) Forklar, hvordan man finder sandsynligheden for, at batteritiden er mellem 150 minutter og 170 minutter.

Opgave 5

a) Reducér følgende udtryk

$$\frac{12(x-y)}{3(x^2+y^2-2xy)}.$$

Opgave 6

a) Løs ligningen $e^x \cdot \left(\frac{1}{x}-4\right)=0$.

En funktion f er givet ved $f(x)=e^x \cdot \left(\frac{1}{x}-4\right)$.

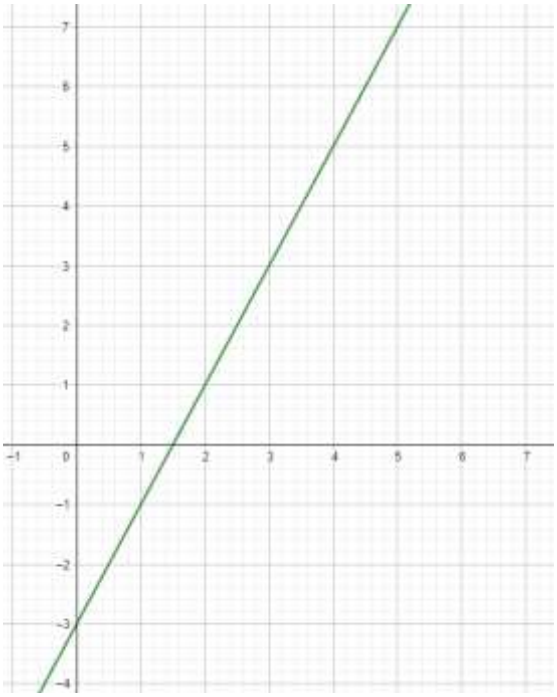
b) Bestem $f'(x)$.

Opgave 7

På billedet ses grafen for funktionen

$$f(x)=2x-3.$$

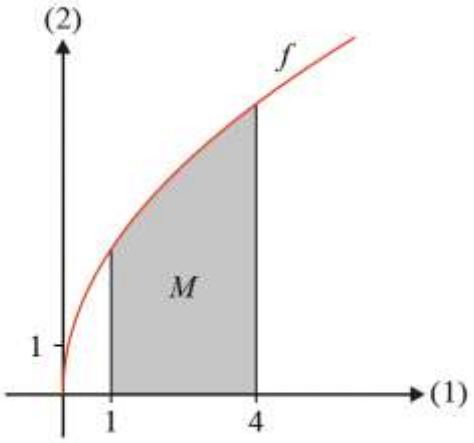
Det hører et bilag til opgaven.



a) Bestem forskriften for $f^{-1}(x)$.

Opgave 8 Figuren viser grafen for en funktion f og et område M. Nedenstående tabel viser nogle værdier af funktionen f og en stamfunktion F til f .

x	1	4
$f(x)$	3	6
$F(x)$	2	16



a) Bestem arealet af M.

Opgave 9 En vektorfunktion

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 3 \\ t^2 + 6t + 8 \end{pmatrix}.$$

Grøn

a) Bestem koordinatsættet til hvert af banekurvens skæringspunkter med førsteaksen.

En linje l er givet ved ligningen

$$l\colon\ -x + 2y + 40 = 0.$$

b) Bestem t-værdien til det punkt på banekurven for $\vec{s}$, hvor tangenten og linjen l er parallelle.

Besvarelsen afleveres kl. 11.00

Delprøve 2

Kl. 11.00 – 14.00

Opgave 10 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cdot \sqrt{2t+3} - 2 \\ t^2 - 2t + 1 \end{pmatrix}.$$

Grøn

a) Bestem koordinatsættet til det punkt P på banekurven for $\vec{s}$, hvor $t = 3$.

Grøn

Punktet $Q(0,4)$ ligger på banekurven for $\vec{s}$.

b) Bestem den t-værdi, der hører til punktet Q.

Opgave 11 En funktion f er givet ved

$$f(x) = (x+2) \cdot \sin(x^2 + 4x).$$

Grøn

a) Bestem den stamfunktion F til f, hvis graf går igennem punktet $P(0, \frac{1}{2})$.

Opgave 12 To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 5x + 8 \quad \text{og} \quad g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 11x + 14.$$

Graferne for f og g afgrænser et område M i 1. kvadrant.

Grøn

a) Bestem skæringspunkterne mellem graferne for f og g.

b) Bestem omkredsen af M.

c) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M roteres $360°$ om førsteaksen.

Opgave 13

En kvinde har gennem en periode i forbindelse med sine løbeture noteret sammenhørende værdier af den gennemsnitlige løbetid pr. km og sin vægt umiddelbart før løbeturen. Resultaterne fremgår af tabellen nedenfor.

Der hører et elektronisk bilag til opgaven.

Vægt (kg)	83,1	83,0	…	75,5	75,2
Gennemsnitlig løbetid pr. km (minutter)	6,59	6,49	…	6,29	6,23

(Resten af tabellen findes i bilaget: " stxA1 Bilag 1 Opgave 13 Data for løb.xlsx")

I en model antages det, at den gennemsnitlige løbetid pr. km (målt i minutter) som funktion af vægten (målt i kg) kan beskrives ved en lineær funktion. Modellen bestemmes ved lineær regression på tabellens data.

Grøn

a) Gør rede for, at residualerne med god tilnærmelse kan siges at være normalfordelte.

b) Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten i modellen og forklar, hvad dette betyder.

Opgave 14

Vanddybden i et bestem havnebassin afhænger af tidevandet. I en model kan vanddybden som funktion af tiden beskrives ved

$$d(t) = 2 \cdot \sin(0{,}52t - 3{,}14) + 7, \quad 0 \leq t \leq 24$$

Hvor $d(t)$ er vanddybden i havnebassinet (målt i meter) til tidspunktet t (målt i timer).

Grøn

a) Tegn grafen for $d(t)$.

b) Bestem den minimale og den maksimale vanddybde i havnebassinet.

c) Bestem de tidspunkter på døgnet, hvor vanddybden i havnebassinet stiger med 0,2 meter pr. time.

Opgave 15 En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 20 \cdot xe^{k \cdot x}$$

hvor k er en konstant.

a) Løs $f'(x) = 1$, når $k = 3$.

b) Bestem k så f har et minimum, når $x = -\frac{1}{2}$.