

Greve Gymnasium

# Matematik B

Terminsprøve

2r

Tirsdag den 5.marts 2024

Kl. 9:00-13:00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 1½ time kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 2½ time med alle hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-5.

Delprøve 2 består af opgave 6-9.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 200 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.

Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*  
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*  
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*  
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*  
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.  
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

**Delprøve 1**  
**Kl. 9.00 - 10.30**

Del 1 skal besvares uden andre hjælpemidler end "formelsamling". Du må altså ikke bruge lommeregner.

**Opgave 1** a) Reducer følgende udtryk

(10 point)  $(a - b)^2 - a(a - 2b) + b^2$

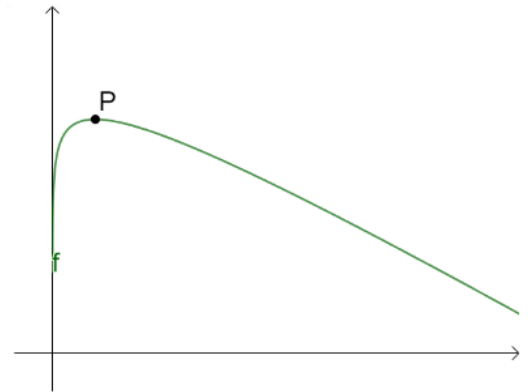
**Opgave 2** En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = \ln(x) - x + 10.$$

(10 point) a) Bestem  $f'(x)$ .

Funktionen  $f$  har ét maksimumspunkt  $P$ .

(10 point) b) Bestem koordinatsættet til  $P$ .



**Opgave 3** En stokastisk variabel  $X$  er binomialfordelt med antalsparameter  $n = 200$  og sandsynlighedsparameter  $p = 0,2$ .

(10 point) a) Bestem middelværdien for  $X$ .

**Opgave 4** I et koordinatsystem i planen er givet to vektorer

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(10 point) a) Undersøg, om  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$  er ortogonale.

Linjen  $l$  er parallel med  $\vec{b}$  og går gennem punktet  $P_0(3, -2)$ .

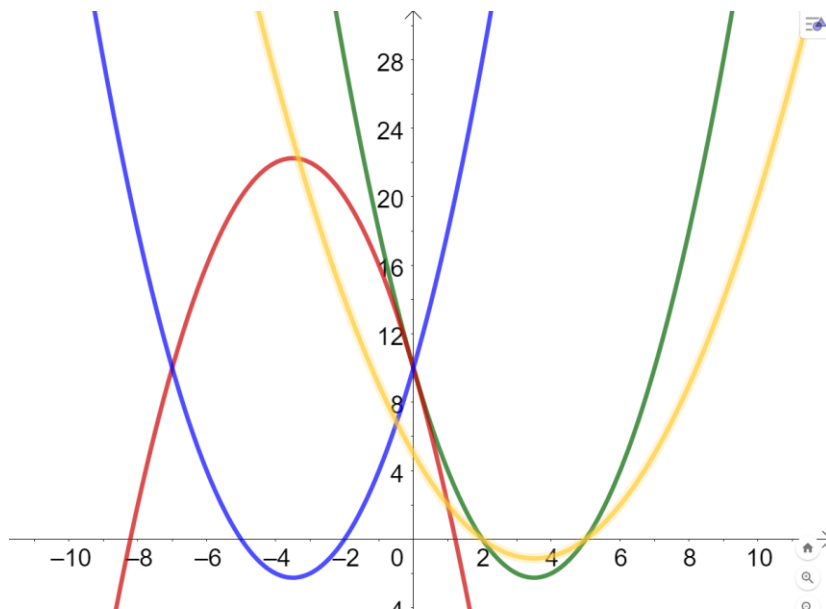
(10 point) b) Bestem en ligning for linjen  $l$ .

**Opgave 5** Et andengradspolynomium  $f$  er givet ved

$$f(x) = x^2 - 7x + 10.$$

(10 point) a) Løs ligningen  $f(x) = 0$ .

(10 point) b) Afgør hvilken af de fire grafer på figuren, der er grafen for  $f$ . Begrund dit svar.



**Besvarelsen af del 1 afleveres kl. 10.30**

**Delprøve 2**  
**Kl. 9.00 - 13.00**

Del 2 må besvares med brug af alle hjælpemidler. Brug af hjælpemidler skal forklares, jf. første side.

**Opgave 6**



Kilde: pressefotos.dk

Tabellen viser udviklingen af antallet af færdselsuheld i Danmark i perioden 1997-2023.

Antal år efter 1997	0	1	...	24	25
Antal uheld	8804	7556	...	2402	2563

Hele tabellen med alle 14 datapunkter findes i bilaget "faerdselsuheld.xlsx" (Kilde: Danmarks statistik)

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor  $f(x)$  angiver antallet af færdselsuheld i Danmark til tidspunktet  $x$  (målt i år efter 1997).

- (10 point) a) Bestem  $a$  og  $b$  ved eksponentiel regression på alle tabellens data.
- (10 point) b) Bestem hvornår antallet af færdselsuheld ifølge modellen er mindre end 1500.
- (10 point) c) Bestem  $f'(27)$ , og forklar betydningen af dette tal.

**Opgave 7** En funktion er givet ved

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 3$$

- (10 point) a) Tegn grafen for  $f$ .
- (10 point) b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $(0, f(0))$ .
- (10 point) c) Løs ligningen  $f'(x) = -4$ , og forklar betydningen af de to løsninger.

**Opgave 8**

En linje  $l$  går gennem punktet  $P(3, -1)$  og har normalvektor  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

(10 point)

a) Opskriv en ligning for  $l$ .

En linje  $m$  er bestemt ved parameterfremstillingen  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(10 point)

b) Bestem den stumpe vinkel mellem  $l$  og  $m$ .

(10 point)

c) Hvilken parameterværdi,  $t$ , giver punktet  $(3,5)$  på linjen  $m$ .

**Opgave 9**



Kilde: idan.dk

Idrættens analyseinstitut har lavet en analyse af danskernes træningsvaner. De har fundet, at 57% af befolkningen træner regelmæssigt.

Vi tager nu en stikprøve på 100 personer. Den stokastiske variabel  $X$  angiver antallet af personer i stikprøven, der træner regelmæssigt. Det antages, at  $X$  er binomialfordelt med antalsparameter  $n$  og sandsynlighedsparameter  $p$ .

(10 point)

a) Bestem  $n$  og  $p$ .

(10 point)

b) Bestem sandsynligheden  $P(X \leq 50)$  for, at højst  $k$  personer i stikprøven træner regelmæssigt.

(10 point)

c) Hvad er det mest sandsynlige antal personer, der træner regelmæssigt ud af de 100 personer i stikprøven?

**Besvarelsen af del 2 afleveres kl. 13.00**